

ложениями он обращался только к тому, к чему он имеет право прибегать. Однако его совершенно не касается вопрос об абстракциях, побудивших его установить предварительные понятия и приписать им в постулатах и аксиомах определенные свойства, а также и вопрос о предварительном доказательстве того, что он им не приписал ни слишком много, ни слишком мало свойств. В качестве математика он отвечает только за одно,—именно, за то, что всякого, принимающего эти гипотезы, он заставит при помощи правильных дедукций принять также и все, что он сам выведет из этих гипотез. Таким образом только практика может показать, что он сделал достаточное количество гипотез. Нельзя дать такого же прямого доказательства того факта, что число сделанных им гипотез излишне велико. Но если он уже сделал эту ошибку, то он может ожидать, что другие ему докажут, что *некоторые из его гипотез противоречивы* или же *могут быть выведены друг из друга*.

Чтобы правильно разобраться в вопросе о геометрических гипотезах, явно высказанных древними—в особенности Эвклидом—надо рассмотреть, *каковы* они, а не останавливаться на вопросе о недостатке данных насчет их происхождения или на вопросе о форме, в которой они изложены. Тогда можно убедиться, что они совпадают с теми гипотезами, на которых в настоящее время основываем геометрию и мы и что изложены они с достоверностью и полнотой, позволяющими им быть образцом для исследователей, которые захотели бы частично дополнить или видоизменить их. Однако, чтобы дать возможность вполне понять их, нам придется кое-где внести незначительные изменения в недостаточную (по крайней мере, на современный взгляд) форму изложения некоторых из них.

Начнем с *определений*, требующих некоторых замечаний.

*Точка* определяется своей *неделимостью* (I, опред. 1). Затем переходят к *линии*, определяемой как длина без ширины (I, 2), к *поверхности*, имеющей длину и ширину (I, 5), и к *телу*, имеющему длину, ширину и толщину (XI, 1).

Эти определения нисколько не выясняют вопроса о том, как приходят к понятиям точки, линии, поверхности и тела, но как гипотеза, на которой приходится строить, они предполагают, что мы уже обладаем этими понятиями и что мы понимаем, что значит приписывать точке 0 измерений, линии 1 измерение и т. д.; это предполагает также, что мы понимаем, что линия есть геометрическое место точек, поверхность и тело—геометрические места линий и поверхностей.

Чтобы прийти реальным образом к этим понятиям, идут обыкновенно не синтетическим путем от точки к линии, поверхности и телу, но обратным аналитическим путем, начиная с тела, как с чего-то непосредственно данного, рассматривая затем поверхность как границу тела и т. д. Между прочим, древние были знакомы и с этим обратным путем, как это видно из другого ряда определений (XI, 2, I, 6 и I, 3), которые, не являясь